Série 2.2 – Corrigé

Il faut commencer par déterminer la résistance spécifique, on utilise l'équation de Karman/Cozeny :

$$v_\infty = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{d_p^2 \cdot \varepsilon^3}{h_k \cdot 36 \cdot (1-\varepsilon)^2} \cdot \frac{\Delta P}{\mu_L \cdot H_g} = \frac{d_p^2 \cdot \varepsilon^3}{5 \cdot 36 \cdot (1-\varepsilon)^2} \cdot \frac{\Delta P}{\mu_L \cdot H_g}$$

Pour avoir la porosité ε on écrit :

Masse de gâteau séché = volume apparent du gâteau · (1 − ε) · masse volumique des cristaux

soit : $0.236 = 145 \cdot 10^{-6} \cdot (1-\varepsilon) \cdot 2\,630$; on en tire $\varepsilon = 0.38$

On a donc : $\alpha = 5\dfrac{36 \cdot (1-\varepsilon)}{d_p^2 \cdot \varepsilon^3 \rho_s}$; $\alpha = 5\dfrac{36 \cdot (1-0.38)}{\left(85 \cdot 10^{-6}\right)^2 \cdot 0.38^3 \cdot 2630} = 1.07 \cdot 10^8\, m \cdot kg^{-1}$

Il faut également connaître la valeur de la masse du gâteau déposé, où en toute rigueur, intervient le coefficient d'humidité x_h.

$$x_h = 1 + \frac{\varepsilon \cdot \rho_l}{(1-\varepsilon)\rho_s} \ ; \ x_h = 1 + \frac{0.38 \cdot 1020}{(1-0.38) \cdot 2630} = 1.24$$

Ce qui rappelle que, après débâtissage, le gâteau devra être débarrassé de 24 % d'humidité pour récupérer un produit sec.

Il nous reste à calculer la valeur de ϕ_g par rapport à la masse.
La fraction massique de solide en solution s = 15×10^{-3}
La fraction massique de solide dans le gâteau vaut $w=1/x_h = 1/1.24 = 0.806$

$$\phi_g = \frac{\rho_l \cdot s}{1 - w \cdot s} = \frac{1020 \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{1 - 0.806 \cdot 15 \cdot 10^{-3}} = 15.3 \text{ kg m}^{-3}$$

Dans un calcul prévisionnel il est logique de négliger la résistance de la toile support. La relation qui exprime le volume devient alors :

$$V = A \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{R_s}{\phi_g \cdot \alpha}\right)^2 + \frac{2 \cdot \Delta P}{\mu_L \cdot \phi_g \cdot \alpha} \cdot t} - \frac{R_s}{\phi_g \cdot \alpha} \right] \quad \text{-> Rs=0}$$

soit : $V = A \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot \Delta P}{\mu_L \cdot \phi_g \cdot \alpha} \cdot t} = A \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot \Delta P}{1.2 \cdot 10^{-3} \cdot 15.3 \cdot 1.07\ 10^8} \cdot t} = A \cdot 1.01 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{\Delta P \cdot t}$

Cette relation permet de connaître le volume de filtrat recueilli au bout d'un temps t sur un filtre de surface A travaillant sous pression Δp donnée.

Avec $A = 0.5\ m^2$ et $\Delta p = 0.8$ bar (soit 0.8×10^5 Pa), on aura :

$$V \;=\; 0.5 \cdot 1.01 \cdot 10^{-3}\sqrt{0.8 \cdot 10^5 \cdot t} = 0.14\sqrt{t}$$

relation qui donne V en m^3 si t est exprimé en s.

Au bout de 5 min de filtration (300 s), on a récupéré $0.14\sqrt{300}$ =2.4 m^3 de filtrat et une masse de gâteau :

$m_s = \phi_g \cdot V = 15.3 \cdot 2.4 = 37$ kg

Ce gâteau a une épaisseur H_g que l'on peut calculer par la relation suivante, ce qui donne :

$$H_g = \frac{m_s}{A \cdot (1-\varepsilon) \cdot \rho_s} = \frac{37}{0.5 \cdot (1-0.38) \cdot 2630} = 4.5 \cdot 10^{-2}\, m = 4.5\ cm$$